$$4\,|M|^2 = \frac{1}{\chi_1^2}\{(v_1v_3+v_1v_4)^2\cdot[2(v_1v_2)^2-6v_1v_2+5]+(1-v_1v_2)^2\cdot[3(1-(v_1v_2)^2)-$$
$$-4v_1v_3\cdot v_1v_4]\}+\frac{1}{\chi_2^2}\{(v_1v_3+v_1v_2)^2\cdot[2(v_1v_4)^2-6v_1v_4+5]+$$
$$+(1-v_1v_4)^2\cdot[3(1-(v_1v_4)^2)-4v_1v_3\cdot v_1v_2]\}+\frac{2}{\chi_1\chi_2}\{(v_1v_2)^2\cdot(v_1v_4)^2+ \tag{29}$$
$$+v_1v_3\cdot[v_1v_3\cdot v_1v_2\cdot v_1v_4+5(v_1v_3)^2-4v_1v_3+7]+17v_1v_2\cdot v_1v_4\}.$$

Выражение для квадрата модуля, вычисленное по методике [8], совпадает с (29).

Автор выражает благодарность акад. АН БССР Ф. И. Федорову за постановку задачи и ценные указания.

Summary

F. I. Fyodorov's covariant method has been employed to calculate matrix elements for the process of scattering scalar and vector mesons and two vector mesons with allowance for all kinds of the polarization within an arbitrary reference system. These matrix elements have been used for calculating the differential sections of the processes mentioned above.

Литература

1. Смирнов А. И. Эффект Комптона на векторной частице.— Изв. вузов. Физика, 1977, № 10, с. 92—94.
2. Бояркин О. М. Векторный мезон с аномальным магнитным моментом.— УФЖ, 1976, т. 21, № 9, с. 1453—1459.
3. Бояркин О. М. Электродинамика заряженных векторных мезонов.— Изв. вузов. Физика, 1978, № 5, с. 101—106.
4. Федоров Ф. И. Общие выражения для матричных элементов квантовой электродинамики.— Весцi АН БССР. Сер. фiз.-мат. навук, 1974, № 2, с. 58.
5. Федоров Ф. И., Энгельман З. Комптон-эффект на векторном мезоне.— Весцi АН БССР. Сер. фiз.-мат. навук, 1974, № 1, с. 55—62.
6. Федоров Ф. И., Энгельман З. Матричный элемент комптон-эффекта на векторном мезоне.— Весцi АН БССР. Сер. фiз.-мат. навук, 1974, № 3, с. 66—73.
7. Федоров Ф. И. Ковариантное вычисление матричных элементов.— Изв. вузов. Физика, 1980, № 2, с. 32—45.
8. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика.— М: Физматгиз, 1959.— 656 с.
9. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика.— М.: Наука, 1969.— 623 с.

Институт механики металлополимерных систем АН БССР

Поступила в редакцию 26.06.81

УДК 530.12

В. Н. БАРЫКИН

К ВОПРОСУ О ГАЛИЛЕЕВСКИ ИНВАРИАНТНОЙ ФОРМУЛИРОВКЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Известно [1], что уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t},\quad \operatorname{div}\mathbf{B}=0,$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\rho\tilde{\mathbf{u}}\right),\quad \operatorname{div}\mathbf{D}=\rho, \tag{1}$$

совместно с материальными уравнениями

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E},\ \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \tag{2}$$

образуют полную систему, описывающую электромагнитные поля в однородной изотропной среде, покоящейся в системе координат K. В работах [2, 3] доказано, что такая система уравнений и в среде и в вакууме не инвариантна относительно преобразований Галилея. Вариант электродинамики, инвариантной относительно преобразований Галилея, был предложен Герцем на основе введения в уравнения (1) дополнительных членов вида $\mathrm{rot}[\mathbf{D}, \mathbf{u}]$, $\mathbf{u}\ \mathrm{div}\mathbf{D}$, $\mathrm{rot}[\mathbf{B}, \mathbf{u}]$ и сохранения уравнений (2). Однако следствия из теории Герца противоречат экспериментальным данным [4]. Известен также галилеевски инвариантный вариант электродинамики с магнитным зарядом, основанный на пренебрежении производными $\frac{\partial B}{\partial t}$ в электрическом и $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ магнитном пределах [5].

В данной работе поставлена задача нахождения нового варианта галилеевски инвариантной электродинамики движущихся сред, а также анализа следствий из него.

Она решена посредством обобщения материальных уравнений (2) на основе учета скорости движения среды. Доказана галилеевская инвариантность системы уравнений Максвелла, рассматриваемой совместно с предложенными материальными уравнениями. Показано, что в такой электродинамике имеет место векторное сложение скорости света со скоростью движения среды.

Рассмотрим указанные вопросы. Пусть декартова система координат K' движется вдоль оси OX системы координат K со скоростью v и их пространственно-временные переменные связаны преобразованиями Галилея

$$x' = x - vt,\ y' = y,\ z' = z,\ t' = t. \tag{3}$$

Определим соотношение между частными производными и компонентами скорости, используя (3):

$$\frac{\partial}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial x},\ \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'},\ \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'},\ \frac{\partial}{\partial t} = -v\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial t'},$$
$$u'_x = u_x - v,\ u'_y = u_y,\ u'_z = u_z. \tag{4}$$

Докажем, что уравнения Максвелла (1) совместно с материальными уравнениями

$$\mathbf{D} = \varepsilon\left(\mathbf{E} + \left[\frac{\mathbf{u}}{c}, \mathbf{B}\right]\right),$$
$$\mathbf{B} = \mu\left(\mathbf{H} + \left[\mathbf{D}, \frac{\mathbf{u}}{c}\right]\right), \tag{5}$$

где ε, μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; $\mathbf{u}$ — скорость движения среды, инвариантны относительно преобразований Галилея.

Рассмотрим одну группу уравнений Максвелла, записанную в декартовых координатах. Инвариантность будет иметь место при преобразованиях (4), если

$$E'_x = E_x,\ E'_y = E_y - \frac{v}{c}B_z,\ E'_z = E_z + \frac{v}{c}B_y,$$
$$B'_x = B_x,\ B'_y = B_y,\ B'_z = B_z. \tag{6}$$

Аналогично получим, что инвариантность второй группы имеет место, если

$$H'_x = H_x,\ H'_y = H_y + \frac{v}{c} D_z,\ H'_z = H_z - \frac{v}{c} D_y,$$
$$D'_x = D_x,\ D'_y = D_y,\ D'_z = D_z, \tag{7}$$
$$\rho' = \rho.$$

Нештрихованные величины выражаются через штрихованные соотношениями, в которых изменены знаки перед скоростью v, а именно

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}',\ \mathbf{D} = \mathbf{D}',\ \mathbf{E} = \mathbf{E}' - \left[\frac{\mathbf{v}}{c},\ \mathbf{B}'\right],\ \mathbf{H} = \mathbf{H}' + \left[\frac{\mathbf{v}}{c},\ \mathbf{D}'\right]. \tag{8}$$

Докажем инвариантность уравнений (5). Подставляя в них (8), получим

$$\mathbf{D}' = \varepsilon\left(\mathbf{E}' + \left[\frac{\mathbf{u}'}{c},\ \mathbf{B}'\right]\right),$$
$$\mathbf{B}' = \mu\left(\mathbf{H}' + \left[\mathbf{D}',\ \frac{\mathbf{u}'}{c}\right]\right).$$

Доказательство инвариантности полной системы уравнений (1), (5) завершено.

Рассмотрим вопрос о галилеевски инвариантной формулировке дуально симметричной электродинамики. Как показано в [6], дуально ковариантна система уравнений

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \rho_g,\ \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}_e\right),\ \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_e,$$
$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{j}_g\right), \tag{9}$$
$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + \gamma\mathbf{H},\ \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + \gamma\mathbf{E},$$

где ρ_e, ρ_g — плотности электрического и магнитного зарядов, $\mathbf{j}_e$, $\mathbf{j}_g$ — плотности соответствующих токов. Величина γ выражается через электрический e и магнитный g заряды соотношением

$$\gamma = (\varepsilon - \mu)\frac{e}{g} - g^2.$$

Из анализа, проведенного выше, видно, что инвариантность дифференциальных уравнений будет иметь место при соотношениях полей и индукций (8). Для записи материальных уравнений в галилеевски инвариантном виде сначала преобразуем их. Имеем

$$\mathbf{D} = \left(\varepsilon - \frac{\gamma^2}{\mu}\right)\mathbf{E} + \frac{\gamma}{\mu}\mathbf{B},$$
$$\mathbf{B} = \left(\mu - \frac{\gamma^2}{\varepsilon}\right)\mathbf{H} + \frac{\gamma}{\varepsilon}\mathbf{D}. \tag{10}$$

Используя (8), легко показать, что уравнения (10) допускают следующую галилеевски инвариантную запись:

$$\mathbf{D} = \left(\varepsilon - \frac{\gamma^2}{\mu}\right)\left(\mathbf{E} + \left[\frac{\mathbf{u}}{c},\ \mathbf{B}\right]\right) + \frac{\gamma}{\mu}\mathbf{B}, \tag{11}$$

$$\mathbf{B}=\left(\mu-\frac{\gamma^2}{\varepsilon}\right)\left(\mathbf{H}+\left[\mathbf{D},\ \frac{\mathbf{u}}{c}\right]\right)+\frac{\gamma}{\varepsilon}\,\mathbf{D}.$$

При $\mathbf{u}=0$ выражения (11) переходят в (10).

Проанализируем теперь физический смысл скорости $\mathbf{u}$ для вакуума. Пусть $\mathbf{u}\neq 0$, $\varepsilon=1$, $\mu=1$. Исходя из уравнений (1), (5), перейдем к векторному потенциалу $\mathbf{A}$. Получим следующее уравнение:

$$\left\{\Delta-\frac{1}{c^2}\left[(u,\ \nabla)+\frac{\partial}{\partial t}\right]^2\right\}\mathbf{A}=0.$$

Ищем его решение в виде плоской электромагнитной волны $\mathbf{A}=\mathbf{A}_0\exp\{i(\mathbf{kr}-\omega t)\}$. Распространение света в вакууме будет описываться дисперсионным уравнением

$$\frac{c^2\mathbf{k}^2}{\omega^2}=\left(1-\frac{\mathbf{u}}{c}\frac{c\mathbf{k}}{\omega}\right)^2.$$

Если $\mathbf{u}=0$, то фазовая скорость света в вакууме не зависит от частоты и равна c. Для $\mathbf{u}\neq 0$ имеем

$$v_\text{ф}=\frac{\omega}{k}=c\left(1+\mathbf{s}\frac{\mathbf{u}}{c}\right). \tag{12}$$

Заметим теперь, что преобразования Галилея допускают произвольное значение скорости света и что сложение скоростей по ним согласуется с полученной формулой (12), если под $\mathbf{u}$ понимать скорость движения источника света.

Пусть волновой вектор $\mathbf{k}=k\mathbf{s}$, наблюдаемый в системе координат K, образует угол θ со скоростью движения источника $\mathbf{u}$. Тогда из (12) имеем при $\theta=\frac{\pi}{2}$ значение скорости, равное c при любом $\mathbf{u}$. Если $\theta<\frac{\pi}{2}$, то величина фазовой скорости $v_\text{ф}>c$, при $\theta>\frac{\pi}{2}$ фазовая скорость меньше c.

Такое «прояснение» смысла $\mathbf{u}$ полезно, так как при этом обнаруживается противоречие полученных результатов известным экспериментальным данным о независимости скорости света в вакууме от скорости движения источника [7].

К противоречию можно легко прийти также при сравнении подхода, приведенного в статье, с известными галилеевски инвариантными пределами электродинамики [5]. Так, в магнитном пределе (индекс m) одна пара уравнений Максвелла имеет вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}^{(m)}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}^{(m)}}{\partial t},\quad \operatorname{div}\mathbf{B}^{(m)}=0.$$

В электрическом пределе (индекс e) вторая пара уравнений Максвелла имеет вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}^{(e)}=\frac{1}{c}\left(\frac{\partial\mathbf{D}^{(e)}}{\partial t}+\rho^{(e)}\tilde{\mathbf{u}}\right),\quad \operatorname{div}\mathbf{D}^{(e)}=\rho^{(e)}.$$

Они образуют полную систему, если не принимать во внимание индексов и выбрать следующие материальные уравнения:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}^{(e)}&=\varepsilon\left(\mathbf{E}^{(m)}+\left[\frac{\mathbf{u}}{c},\ \mathbf{B}^{(m)}\right]\right),\\ \mathbf{B}^{(m)}&=\mu\left(\mathbf{H}^{(e)}+\left[\mathbf{D}^{(e)},\ \frac{\mathbf{u}}{c}\right]\right).\end{aligned} \tag{13}$$

Налицо смешение двух различных пределов, что является физически и математически некорректной операцией. Примеры такого смешения в литературе не единичны и имели место в работе [8], как показано в [9].

Тем самым подтвержден еще раз тезис [9], что при анализе вопросов галилеевской инвариантности требуется известная осторожность и, в частности, математический формализм должен быть согласован с используемыми физическими посылками. Заметим также, что исследование галилеевски инвариантной теории электромагнетизма помимо чисто методического интереса имеет также практическое значение для анализа некоторых вопросов электродинамики движущихся сред [10].

Summary

It is shown that the system consisting of the Maxwell equations and constitutive relations depending on the velocity is invariant relative to the Galilean transformations.

Литература

1. Тоннела М. А. Основы электромагнетизма и теории относительности.— М.: ИЛ, 1962.— 483 с.
2. Лоренц Г. А. Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света.— В сб.: Принцип относительности. М., ОНТИ, 1935, с. 67—87.
3. Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел.— Собр. науч. тр. М.: Наука, 1965, т. 1, с. 7—35.
4. Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике.— М.: Наука, 1972.— 437 с.
5. Стражев В. И., Томильчик Л. М. Электродинамика с магнитным зарядом.— Мн.: Наука и техника, 1975.— 336 с.
6. Сердюков А. И., Стражев В. И. О дуально симметричной формулировке макроскопической электродинамики.— Изв. вузов. Физика, 1980, № 6, с. 33—37.
7. Франкфурт У. И. Оптика движущихся сред и специальная теория относительности.— Эйнштейновский сборник, 1977.— М.: Наука, 1980, с. 267—326.
8. Jammer H., Stachel J. If Maxwell had worned between Ampère and Faraday.— Amer. J. Physics, 1980, vol. 48, N 1, p. 5—7.
9. Davidon W. C. Comment on «If Maxwell had worned between Ampère and Faraday».— Amer. J. Physics, 1980, vol. 48, N 7, p. 507.
10. Penfild P., Hans H. A. Electrodynamics of moving media.— Cambridge, Massachusetts, 1967.— 258 с.

Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова АН БССР

Поступила в редакцию 19.05.81

УДК 539.26; 536.42

Т. Я. ЖАБКО

ЦЕПЛАВЫ РУХ АТАМАЎ ТЫТАНУ І СКАНДЫЮ Ў ВОБЛАСЦІ ТЭМПЕРАТУР 80—360 К

У сучасны момант тытан і скандый з'яўляюцца аднымі з важнейшых канструктыўных матэрыялаў, якія шырока выкарыстоўваюцца ў навуцы і тэхніцы. Даследаванне іх фізічных уласцівасцей, у прыватнасці такіх цеплавых характарыстык, як тэрмічнае расшырэнне, характарыстычныя тэмпературы, сярэднеквадратычныя дынамічныя зрухі атамаў са стану раўнавагі, залежнасцей гэтых уласцівасцей ад тэмпературы, ціску, ад напрамку ў крышталі, мае вялікае значэнне як у чыста прыкладным плане (паколькі дазваляе меркаваць аб паводзінах гэтых параметраў у экстрэмальных умовах высокіх і нізкіх тэмператур, ціскаў), так і для высвятлення многіх пытанняў тэорыі цеплавых ваганняў атамаў металаў.