УДК 530.12 : 537.8

В. Н. БАРЫКИН

К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ В ДВИЖУЩЕМСЯ РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

На основании физического исследования вопроса об инерции в электродинамику сред введено новое скалярное поле w, названное отношением. Решения обобщенной системы уравнений Максвелла дают зависимость скорости поля от скорости его источника. В частном случае «плотной» среды, для которой $w=1$, получаем стандартную теорию. По этой причине принцип постоянства скорости света интерпретируется как достаточное условие в неполной электромагнитной теории.

Современная электродинамика движущихся сред базируется на принципе независимости скорости электромагнитного поля в вакууме от скорости его источника. Он обоснован и сформулирован А. Эйнштейном [1], его следствия надежно подтверждены в многочисленных экспериментах [2]. Недостатком развитой модели является введение в физику максимальной скорости передачи взаимодействия. Покажем, что такое ограничение не является необходимым.

Будем исходить из полученного ранее результата, что возможно обобщение материальных уравнений электродинамики, при котором группа Галилея является точной симметрией, как и группа Лоренца [3]. Они физически дополняют друг друга [4]. Используем в качестве отправной точки и главного инструмента анализа новое скалярное поле w, названное отношением, введенное в электродинамику сред на основании физического исследования вопроса об инерции.

Обратимся к конкретной задаче. Пусть излучение оптического диапазона распространяется от источника, движущегося в космическом вакууме, в атмосферу Земли, плотность ρ и локальная скорость u_m которой переменны. Изменение показателя преломления на всей трассе распространения излучения опишем общепринятым законом $n-1=G_\lambda\rho/\rho_н$, где $G_\lambda=3\cdot10^{-4}$ — постоянная Гладстона—Дейла; ρ — локальная плотность среды; $\rho_н$ — плотность среды при нормальных условиях. Изменение осредненных характеристик поля в этой ситуации принято описывать уравнениями электродинамики вакуума. Однако легко обнаружить недостаточность такого подхода.

Для этого найдем в электродинамике сред кинематическую характеристику инерции поля. В механике ее роль выполняет скорость движения центра масс тела. Что соответствует ей в электродинамике? Назовем первичным источником поля некоторое излучающее устройство со скоростью u_{fs}. Вторичным источником, как обычно, будем считать участок «плотной» физической среды, с которым взаимодействует поле. Обозначим его скоростью u_m. Определим в качестве кинематической характеристики инерции электромагнитного поля скорость движения источника u_{in}. Тогда в вакууме $u_{in}=u_{fs}$, в «плотной» среде $u_{in}=u_m$. В разреженной среде, например при распространении излучения из вакуума в атмосферу Земли, происходит изменение u_{in} от u_{fs} до u_m. Оно не имеет описания в классической электродинамике движущихся сред. Дадим его, введя новую физическую характеристику.

Рассмотрим изменение кинематической характеристики инерции как релаксационный процесс, описываемый уравнением

$$d\vec{u}_{in}/d\xi=P_0(\vec{u}_m-\vec{u}_{in}).$$

Отклонение поля от равновесного состояния $u_{\text{in}}=u_m$ зададим величиной $\xi=n-1$. Используем начальное условие

$$\vec{u}_{\text{in}}|_{\xi=0}=\vec{u}_{\text{fs}}.$$

Имеем решение

$$\vec{u}_{\text{in}}=\vec{u}_{\text{fs}}(1-w)+\vec{u}_m w.$$

Величина

$$w=1-\exp[-P_0(n-1)]$$

является новой физической характеристикой в электродинамике сред. Назовем ее отношением поля к среде. Из полученных выражений следует, что в вакууме при $n=1$ имеем $w=0$ и $\boldsymbol{u}_{\text{in}}=\boldsymbol{u}_{\text{fs}}$; плотной средой является та, для которой $n\geqslant n_\kappa$ и асимптотически достигается значение $w=1$; в разреженном газе скорости $\boldsymbol{u}_{\text{fs}}$ и $\boldsymbol{u}_m$ дополняют друг друга.

Найдем феноменологическую константу P_0, полагая, что максимальное значение отношения, равное единице, достигается в атмосфере при нормальных условиях. Поскольку в оптическом диапазоне длин волн $n_\kappa-1\simeq 3\cdot 10^{-4}$, выберем $P_0=7\cdot 10^4$.

Введем w и новую величину $\boldsymbol{u}_{\text{in}}$ в уравнения Максвелла. Используем известный факт, что скорость среды $\boldsymbol{u}_m$ в обычной электродинамике входит в материальные уравнения. Отсутствие w в них объясним неявным использованием условия $w=1$. Найдем обобщение взаимосвязи полей и индукций $\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}$, содержащее $w\neq 1$ и $\boldsymbol{u}_{\text{in}}$.

Используем данные о структуре уравнений электродинамики. В работах Г. Вейля, Ф. Клейна, А. Картана, Д. Данцига доказано, что электромагнитное поле описывается тензором $F_{mn}(\boldsymbol{E},\boldsymbol{B})$ и тензорной плотностью $\tilde{H}^{i\kappa}(\boldsymbol{H},\boldsymbol{D})$ веса $(+1)$ посредством общековариантных операторов $\operatorname{Rot}F_{mn}=\partial_{[\kappa}F_{mn]}$, $\operatorname{Div}\tilde{H}^{i\kappa}=\partial_\kappa\tilde{H}^{i\kappa}$. Взаимосвязь полей и индукций имеет вид $\tilde{H}^{i\kappa}=Y_0\tilde{\Lambda}\chi^{i\kappa mn}F_{mn}$. Здесь Y_0 — скалярная функция; $\tilde{\Lambda}$ — скалярная плотность веса $+1$; $\chi^{i\kappa mn}$ — тензор четвертого ранга. Найдем $\chi^{i\kappa mn}$ в виде $\chi^{i\kappa mn}=\Omega^{im}\Omega^{\kappa n}$, полагая $\Omega^{im}=\alpha(\theta^{im}+\beta u^i u^m)$. Здесь α, β — скалярные функции $d\theta^2=\theta_{i\kappa}dx^i dx^\kappa$, $u^i=dx^i/d\theta$; $\theta_{i\kappa}\theta^{\kappa j}=\delta_i^j$; θ^{im} — тензор второго ранга. Известно, что при $w=1$ в координатах $x^1=x$, $x^2=y$, $x^3=z$, $x^0=ict$ тензор $\theta_{i\kappa}=\operatorname{diag}(1,1,1,1)$ задает метрику четырехмерного псевдоевклидова пространства Минковского. Для обобщения материальных уравнений используем теорему Лагранжа [5], согласно которой каноническая метрика псевдоевклидова пространства определена с точностью до скалярной функции $A(x,y,z,t)$ выражением $\theta^{\kappa j}=\operatorname{diag}(1,1,1,A(x,y,z,t))$.

Примем допущения: скорость, входящая в материальные уравнения электродинамики, есть кинематическая характеристика инерции электромагнитного поля $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}_{\text{in}}$; скалярная функция в канонической метрике псевдоевклидова пространства есть отношение $A(x,y,z,t)=w(x,y,z,t)$.

Получим нелинейные по w материальные уравнения электродинамики [3]

$$\boldsymbol{D}+w[\boldsymbol{\beta}\times\boldsymbol{H}]=\varepsilon(\boldsymbol{E}+[\boldsymbol{\beta}\times\boldsymbol{B}]);$$
$$\boldsymbol{B}+w[\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{\beta}]=\mu(\boldsymbol{H}+[\boldsymbol{D}\times\boldsymbol{\beta}]),$$

где $\beta=\boldsymbol{u}_{\text{in}}/c$.

Запишем полную систему уравнений электродинамики в $R^3\times T^1$:

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t},\quad \operatorname{div}\boldsymbol{B}=0;$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{D} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \boldsymbol{j};$$
$$\boldsymbol{D} + w[\beta \times \boldsymbol{H}] = \varepsilon(\boldsymbol{E} + [\beta \times \boldsymbol{B}]);$$
$$\boldsymbol{B} + w[\boldsymbol{E} \times \beta] = \mu(\boldsymbol{H} + [\boldsymbol{D} \times \beta]);$$
$$\boldsymbol{u}_{\text{in}} = (1 - w)\boldsymbol{u}_{\text{fs}} + w\boldsymbol{u}_m;$$
$$w = 1 - \exp[-P_0(n-1)], \quad P_0 = 7 \cdot 10^4. \qquad (1)$$

Здесь $(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{H}, \boldsymbol{D})$ — поля и индукции; $(\boldsymbol{j}, \rho)$ — плотности токов и зарядов.

Найдем ее решения для фиксированных значений w в диапазоне $w=0$—1. Им соответствует распространение излучения в вакууме, разреженном газе постоянной плотности или однородной «плотной» среде. Уравнения для векторного $\boldsymbol{A}$ и скалярного потенциалов имеют вид [6]

$$\hat{L}\boldsymbol{A} = -\frac{4\pi\mu}{c}\left\{\boldsymbol{j} + \frac{\varkappa\Gamma^2}{w+\varkappa} \frac{\boldsymbol{u}_{\text{in}}}{c}(w\boldsymbol{u}_{\text{in}}\boldsymbol{j} - c^2\rho)\right\};$$
$$\hat{L}\varphi = -4\pi\mu \frac{\Gamma^2}{w+\varkappa}\left\{\rho\left(1 - \varepsilon\mu\frac{u_{\text{in}}^2}{c^2}\right) + \varkappa\frac{\boldsymbol{u}_{\text{in}}\boldsymbol{J}}{c^2}\right\}. \qquad (2)$$

Здесь

$$\hat{\boldsymbol{L}} = \left(\Delta - \frac{w}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) - \frac{\varkappa\Gamma^2}{c^2}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{u}_{\text{in}}\nabla\right)^2;$$
$$\varkappa = \varepsilon\mu - w; \quad \Gamma^2 = (1 - w\beta^2)^{-1}.$$

Условие калибровки запишется следующим образом:

$$\left(\operatorname{div}\boldsymbol{A} + \frac{w}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) - \frac{\varkappa\Gamma^2}{c^2}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{u}_{\text{in}}\nabla\right)(\boldsymbol{u}_{\text{in}}\boldsymbol{A} - c\varphi) = 0.$$

Проанализируем распространение излучения от δ-образного мгновенного источника. Найдем функцию Грина для уравнений (2), полагая, что среда не имеет дисперсии, а ось z цилиндрической системы координат направлена по скорости $\boldsymbol{u}_{\text{in}}$. Следуя [7], имеем [6]

$$G_0(\boldsymbol{r}, t) = 16\pi^4\mu(r^2 + \xi^2)^{-1/2} \cdot \delta\left(t - \frac{1}{c}\frac{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}{(1 - w\beta^2)\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{r^2 + \xi^2}\right).$$

При $\beta=0$ получим

$$G_0(\boldsymbol{r}, t) = 16\pi^4\frac{\mu}{R}\delta(t - R\sqrt{\varepsilon\mu}/c),$$

где $R = \sqrt{\rho^2 + z^2}$ — расстояние от источника до точки наблюдения. В общем случае функция Грина отлична от нуля на эллипсоиде вращения, ось симметрии которого совпадает со скоростью $\boldsymbol{u}_{\text{in}}$. Анализ показал что его центр перемещается со скоростью

$$\boldsymbol{u}_0 = \frac{\boldsymbol{u}_{\text{in}}(\varepsilon\mu - w)}{\varepsilon\mu - \beta^2 w^2}.$$

Стандартной теории соответствует выбор $w=1$. Тогда в вакууме, где $\varepsilon\mu=1$, получаем принцип постоянства скорости света, так как $\boldsymbol{u}_0 \equiv 0$. Для групповой скорости поля в нерелятивистском приближении модель дает следующую зависимость от w, $\boldsymbol{u}_{\text{fs}}$, $\boldsymbol{u}_m$:

$$\boldsymbol{v}_g \simeq \frac{c}{n}\frac{\boldsymbol{K}}{K} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right)[\boldsymbol{u}_{\text{fs}}(1 - w) + \boldsymbol{u}_m w]. \qquad (3)$$

Это выражение справедливо и для переменного w при условии незначительного изменения параметров среды на расстояниях порядка длины волны.

Используем выражение (3) для анализа изменения групповой скорости при распространении излучения из вакуума в атмосферу Земли. Пусть источник, движущийся на высоте H, имеет первую космическую скорость $u_{fs}=7912$ м/с. Смоделируем атмосферу плоскопараллельным потоком газа, движущимся со скоростью u_m. Зададим плотность газа согласно экспериментальным данным [8]. Введем величины, описывающие вклад безразмерной скорости источника $(\Delta v_g)_{fs}$ и среды $(\Delta v_g)_m$ в групповую скорость поля:

$$(\Delta v_g)_{fs} = (1-w)\left(1-\frac{w}{n^2}\right), \quad (\Delta v_g) = \left(1-\frac{w}{n^2}\right)w.$$

Расчетные значения в оптическом диапазоне длин волн приведены в таблице.

Согласуем полученные данные с информацией о теоретико-групповой структуре уравнений (1). Ограничимся случаем $w=\mathrm{const}$. Тогда, согласно [6], полная система уравнений электродинамики (1) форминвариантна относительно преобразований

$$t' = \Gamma\left(t - \frac{\boldsymbol{rv}}{c^2}w\right), \quad \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} + (\Gamma-1)\frac{(\boldsymbol{rv})}{v^2}\boldsymbol{v} - \Gamma\boldsymbol{v}t.$$

При $w=0$ точную симметрию задает группа Галилея, при $w=1$ — группа Лоренца, в случае $w=0$—1 имеем новые симметрии. В предложенной модели группам Галилея и Лоренца соответствуют различные физические ситуации [4]. Величиной w регулируется поведение групповой скорости: в вакууме имеем закон векторного сложения скорости поля со скоростью источника, в плотной среде — закон частичного увлечения поля средой, описывающий общеизвестные экспериментальные данные Физо. Модель дает новую информацию об увлечении поля разреженным газом. Пусть $u_{fs}=0$. Тогда из (3) следует нелинейная зависимость групповой скорости от отношения w с максимумом при $w=0.5$.

$H\cdot 10^{-3}$, м	w	$(\Delta v_g)_{fs}$	$(\Delta v_g)_m$
5	0,9999	$1{,}05\cdot 10^{-9}$	$1{,}02\cdot 10^{-5}$
10	0,9974	$6{,}55\cdot 10^{-6}$	$2{,}55\cdot 10^{-3}$
15	0,9222	$6{,}03\cdot 10^{-3}$	$7{,}17\cdot 10^{-2}$
20	0,686	0,098	0,215
25	0,410	0,348	0,242
30	0,217	0,613	0,170
40	0,064	0,876	0,059

Найдем смещение луча, первоначально движущегося по нормали к поверхности Земли, обусловленное движением источника на высоте H с первой космической скоростью. Для $H=10^5$, $2\cdot 10^5$, $3\cdot 10^5$, $4\cdot 10^5$, $5\cdot 10^5$ м S составило соответственно 1,47; 4,66; 7,30; 9,94; 13,0 м. Эти данные могут быть использованы для проведения экспериментов по доказательству зависимости скорости электромагнитного поля от скорости источника.

В заключение отметим принципиальную трудность обнаружения зависимости скорости электромагнитного поля от скорости его источника. Она обусловлена влиянием и среды, и измерительного устройства на инерцию поля. Реально лаборатория есть специальным образом устроенная физическая среда. Поэтому к ней применимы уравнения новой модели с отношением поля к детектору, а роль скорости среды u_m выполняет скорость измерительного устройства. Учтем, что обычно при измерении [2] излучение проходит область с $n \geqslant n_к$. Тогда $w=1$, детектор становится вторичным источником поля. Скорость $\boldsymbol{u}_{fs}$ из-за изменения w «исчезает», она трансформируется, согласно эффекту Доплера, в частоту. Поэтому для обнаружения зависимости скорости электромагнитного поля от скорости источника необходим опыт, в котором отсутствует влияние промежуточной среды и прибора на инерцию первичного источника поля. Таким является, например, эксперимент по радиолокации Венеры в двух случаях, когда она движется к Земле и удаляется от нее. Полученные в 1961—66 гг. по указанной схеме опытные данные согласуются с предложенной автором моделью и соответствуют группе Галилея [9]. Однако достоверность такого заключения, ввиду его важности, нуждается в дополнительной проверке.

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Возможно нелинейное обобщение материальных уравнений электродинамики посредством нового скалярного поля w, зависящего от показателя преломления. В модели имеет место зависимость скорости поля от скорости его источника, а принцип постоянства скорости света выполняется в случае $w=1$.

2. Для экспериментального доказательства зависимости скорости электромагнитного поля от скорости его источника необходимо исключить влияние среды и измерительных устройств на инерцию поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эйнштейн А. Собр. научн. тр. — М.: Наука, 1965. — Т. 1. — С. 7—35.
2. Франкфурт У. И.//Эйншт. сб. 1977. — М.: Наука, 1980. — С. 257—325.
3. Барыкин В. Н.//Изв. вузов. Физика. — 1986. — № 10. — С. 26—30.
4. Барыкин В. Н.//Изв. вузов. Физика. — 1989. — № 9. — С. 57—61.
5. Постников М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия. — М.: Наука, 1979. — 312 с.
6. Барыкин В. Н. Теоретико-групповые методы в физике. — М.: Наука, 1983. — Т. 1. — С. 461—463.
7. Болотовский Б. М., Столяров С. Н.//Эйншт. сб. 1978—79. — М.: Наука, 1983. — С. 173—275.
8. Физический энциклопедический словарь. — М.: Сов. энциклопедия, 1980. — Т. 1. — С. 94—104.
9. Wallace B.//Spectr. Lett. — 1971. — V. 4. — P. 79—84.

Институт
тепло- и массообмена АН БССР

Поступила в редакцию 09.11.89.