Академия наук БССР
Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова

Физика и техника аэротермооптических методов управления и диагностики лазерного излучения

Сборник научных трудов

Минск 1981

В.Н.Барыкин

ОБ УВЛЕЧЕНИИ СВЕТА ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ ОТСЧЕТА

Измерение есть взаимодействие света с системой отсчета. При этом может происходить изменение его параметров. Однако его может и не быть, что постулируется классической физикой /1,2/. В понятие отсчета можно включить этот случай, полагая, что отсчет – это измерение, не сопровождающееся изменением параметров /3,4/. Другими словами, отсчет – это классическое измерение. При анализе экспериментальных данных важно знать степень чистоты отсчета, т.е. степень влияния приборов как физических тел на значения параметров.

Рассмотрим следующую схему: реализован классический отсчет, а свет переходит в систему отсчета, т.е. взаимодействует с совокупностью тел, образующих ее. Тогда отсчет даст данные, скоррелированные влиянием системы отсчета, вообще говоря, разные на разных стадиях перехода. В данной работе последовательно проводится учет такого влияния, получены соответствующие уравнения для четырехпотенциала, на основе которых решена задача перехода плоской электромагнитной волны из покоящейся среды в движущуюся.

Под событием будем понимать совокупность параметров электромагнитного поля в точке. Назовем ОТНОШЕНИЕМ характеристику воздействия системы отсчета на событие. Переход света из одной инерциальной системы отсчета в другую представим как прохождение событием области пространства, в которой меняется скалярное поле $\Phi(x,y,z,t)$. Введем величину $\varphi = \varphi\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y}, \frac{\partial\Phi}{\partial z}, \frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)$ и определим отношение функциалом w, зависящим от φ, полагая, что он определяет степень перехода события в систему отсчета и принимает значения в интервале 0 – 1. Свяжем с каждой системой отсчета локальную систему координат и установим для них взаимосвязь пространственно-временных переменных. С этой целью рассмотрим касательное расслоение, слой в котором представляет собой псевдоевклидово многообразие с метрикой, зависящей от отношения. Потребуем, чтобы взаимосвязь пространственно-временных переменных оставляла метрику инвариантной. Ограничимся случаем, когда метрический тензор касательного многообразия имеет вид

$$g_{\mu\nu} = \begin{cases} 1 & \mu = \nu = 1,2,3\,, \\ 0 & \mu \neq \nu \\ \gamma_1 u_2 & \mu = \nu = 0\,. \end{cases} \tag{1}$$

Это означает, что трехмерная гиперповерхность R_3 евклидова, а репер $\vec{e}_0$ ортогонален ей и не нормирован на единицу. Преобразуем репер так, чтобы было сохранено условие (I). Вращением в трехмерной плоскости орты $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ могут быть совмещены с ортами $\vec{e}_{2'}$, $\vec{e}_{3'}$. При этом совпадут псевдоевклидовы плоскости ($\vec{e}_0$, $\vec{e}_1$) и ($\vec{e}_{0'}$, $\vec{e}_{1'}$) /5/. Преобразование свелось к движению репера в псевдоевклидовой плоскости. Определим вид его, полагая, что начала реперов находятся в одной точке. Пусть

$$\vec{e}_{0'} = A^0_{0'}\vec{e}_0 + A^1_{0'}\vec{e}_1 \quad ,$$

$$\vec{e}_{1'} = A^0_{1'}\vec{e}_0 + A^1_{1'}\vec{e}_1 \quad . \tag{2}$$

Из условий ортогональности имеем

$$\frac{1}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} A^1_{0'} : A^0_{0'} = A^1_{1'} : A^0_{1'} = \beta \tag{3}$$

Обозначим

$$A^0_{0'} = \gamma \quad ; \qquad A^1_{1'} = b$$

тогда

$$A^1_{0'} = \gamma\alpha_1\alpha_2\beta \quad ; \qquad A^0_{1'} = b\beta$$

Отсюда, учитывая (1), получим

$$b = \gamma = (1 - \beta^2\alpha_1^2\alpha_2^2)^{-1/2}$$

Запишем взаимосвязь реперов в явном виде

$$\vec{e}_{0'} = \gamma(\vec{e}_0 + \beta\alpha_1\alpha_2\vec{e}_1) \quad ; \quad \vec{e}_{2'} = \vec{e}_2 \;;\; \vec{e}_{3'} = \vec{e}_3 \;;\; \vec{e}_{1'} = \gamma(\vec{e}_1 + \beta\vec{e}_0) . \tag{4}$$

Используем (4) для установления связи ковариантных компонент вектора $d\vec{x}$, учитывая связь между ковариантными и контрвариантными компонентами через метрический тензор. Тогда

$$dx^{0'} = \gamma(dx^0 - \beta dx^1) ; \quad dx^{2'} = dx^2 ; \quad dx^{3'} = dx^3 ; \quad dx^{1'} = \gamma(dx^1 - \beta\alpha_1\alpha_2 dx^0) \tag{5}$$

Определим, чему равно β для случая, когда система координат K' движется вдоль оси OX системы координат K со скоростью v. Для точки, покоящейся в K', имеем

$$dx - \beta\alpha_1\alpha_2 c\,dt = 0 \quad .$$

Следовательно,

$$\beta = \frac{v}{c}\,\frac{1}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} . \tag{6}$$

Подставим (6) в (5). Получим следующую взаимосвязь пространственно-временных переменных для систем координат /6/:

$$dt' = \frac{dt - dx\,\frac{vw}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\,w}}\;;\quad dy' = dy\;;\quad dz' = dz\;;\quad dx' = \frac{dx - v\,dt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}\,w}} , \tag{7}$$

где $w = \frac{1}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} = w_1 \cdot w_2$. Зададим в одной системе отсчета значение отношения, равное w_1, а в другой – w_2. Соотношения (7) дают взаимосвязь переменных при различных отношениях события к системам отсчета. Например, возможен случай, когда w_1 постоянно, а w_2 меняется. В этом случае можно сравнивать между собой значения параметров в системе координат K на фиксированной стадии перехода, со значениями, полученными в K' на разных стадиях перехода. Параметризуем процесс перехода события в систему отсчета параметром w так, что начальной стадии соответствует $w = 0$, а конечной – $w = 1$. Зафиксируем значение параметра $w_1 = 1$ (переход в систему отсчета K завершился). Будем сравнивать значения, полученные в системе координат K' при переходе события в K' с указанными фиксированными значениями в K. Указанная ситуация возможна, если проводятся независимые измерения параметров сначала в одной, а затем во второй системах отсчета. Очевидно, что в рамках концепции отношения с указанной параметризацией взаимосвязь пространственно-временных переменных такова: начальная стадия процесса перехода описывается преобразованиями Галилея, а конечная – преобразованиями Лоренца.

Для произвольного постоянного w соотношения (7) интегрируются и имеем

$$x'^{\alpha} = a^{\alpha}_{\beta} x^{\beta} + b^{\alpha} ,$$

где

$$a^{\alpha}_{\beta} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -v\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{v}{c^2}\,w\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \tag{8}$$

Используем (8) для установления закона изменения параметров света при взаимодействии его с системой отсчета на основе полной системы уравнений, состоящей из уравнений Максвелла и материальных уравнений, требуя, чтобы эта полная система была инвариантна относительно (8). Для этого понадобится рассматривать взаимосвязь полей и индукций как функцию отношения и, следовательно, каждой стадии перехода будут соответствовать свои материальные уравнения. Такой подход является принципиально новым.

Непосредственной проверкой легко показать, что уравнения Максвелла инвариантны относительно (8) с фиксированным значением w при следующих соотношениях между компонентами полей, скоростей, индукциями и зарядами:

$$H'_x = H_x \ , \qquad H'_y = \gamma\left(H_y + \frac{v}{c} D_z\right) \ , \qquad H'_z = \gamma\left(H_z - \frac{v}{c} D_y\right) \ ,$$

$$D'_x = D_x \ , \qquad D'_y = \gamma\left(D_y - \frac{v}{c} wH_z\right) \ , \qquad D'_z = \gamma\left(D_z + \frac{v}{c} wH_y\right) \ ,$$

$$E'_x = E_x \ , \qquad E'_y = \gamma\left(E_y - \frac{v}{c} B_z\right) \ , \qquad E'_z = \gamma\left(E_z + \frac{v}{c} B_y\right) \ ,$$

$$B'_x = B_x \ , \qquad B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{v}{c} wE_z\right) \ , \qquad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{v}{c} wE_y\right) \ ,$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x \frac{vw}{c^2}} \ , \qquad u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - u_x \frac{vw}{c^2}\right)} \ , \qquad u'_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - u_x \frac{vw}{c^2}\right)} \ ,$$

$$\rho' = \gamma\rho\left(1 - v\frac{wu_x}{c^2}\right) \ . \qquad (9)$$

Дополним уравнения Максвелла следующими материальными уравнениями:

$$\vec{B}' + w\left[\vec{E}', \frac{\vec{u}'}{c}\right] = \mu\left(\vec{H}' + \left[\vec{D}', \frac{\vec{u}'}{c}\right]\right) \ ,$$

$$\vec{D}' + w\left[\frac{\vec{u}'}{c}, \vec{H}'\right] = \varepsilon\left(\vec{E}' + \left[\frac{\vec{u}'}{c}, \vec{B}'\right]\right) \ . \qquad (10)$$

Для каждого значения w получена полная система уравнений. Докажем инвариантность уравнений (10). Для компоненты x в K' имеем из первого уравнения

$$\mu\left(H'_x + D'_y \frac{u'_z}{c} - D'_z \frac{u'_y}{c}\right) = B'_x + w\left(E'_y \frac{u'_z}{c} - E'_z \frac{u'_y}{c}\right) \ .$$

где

$$\theta^{im} = \mathrm{diag}(1,1,1,w) \quad .$$

Учтем, что уравнения для F_{em} удовлетворяются тождественно, если F_{em} выражается через четырехпотенциал A_e (e = 0, I, 2, 3) следующим образом:

$$F_{em} = \frac{\partial A_m}{\partial x^e} - \frac{\partial A_e}{\partial x^m} \quad . \tag{I6}$$

Пусть u^e , θ^{im} не зависят от координат. Тогда

$$I^i = \frac{\partial H^{ik}}{\partial x^k} = \frac{1}{\mu}\left\{\theta^{im}\theta^{kn}\frac{\partial F_{mn}}{\partial x^k} + (\varepsilon\mu - w)\theta^{im}\frac{\partial F_{em}}{\partial x^k}u^e u^k - \right.$$

$$\left. - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon}\frac{\partial H^{ke}}{\partial x^k}u_e u^i\right\} = \frac{1}{\mu}\left\{\theta^{im}\theta^{kn}\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{\partial A_m}{\partial x^n} - \frac{\partial A_n}{\partial x^m}\right) + \right.$$

$$\left. + (\varepsilon\mu - w)\theta^{im}\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{\partial A_e}{\partial x^m} - \frac{\partial A_m}{\partial x^e}\right)u^e u^k\right\} + \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu}I^e u_e u^i \quad .$$

Введем

$$\vartheta^i = I^i - \frac{\varepsilon\mu - w}{\varepsilon\mu}I^e u_e u^i \quad .$$

Получим

$$\left[\theta^{im}\theta^{kn}\frac{\partial}{\partial x^k}\frac{\partial}{\partial x^n} - (\varepsilon\mu - w)\left(u_k\frac{\partial}{\partial x^k}\right)^2\theta^{im}\right]A_m -$$

$$- \frac{\partial}{\partial x^m}\left[\theta^{im}\theta^{kn}\frac{\partial}{\partial x^k}A_n - (\varepsilon\mu - w)\theta^{im}\frac{\partial}{\partial x^k}A_e u^e u^k\right] = \mu\vartheta^i \quad .$$

Выберем условие калибровки

$$\theta^{im}\theta^{kn}\frac{\partial A_n}{\partial x^k} - (\varepsilon\mu - w)\theta^{im}\frac{\partial A_e}{\partial x^k}u^e u^k = 0 \quad .$$

Пусть $\vartheta^i = 0$. Имеем уравнение для потенциалов

$$\left[\theta^{im}\theta^{kn}\frac{\partial}{\partial x^k}\frac{\partial}{\partial x^n} - (\varepsilon\mu - w)\left(u_k\frac{\partial}{\partial x^k}\right)^2\theta^{im}\right]A_m = 0$$

Ограничимся случаем, когда $A_0 = 0$. Получим следующие уравнения:

$$\left\{\left[\Delta - \frac{w}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] - \frac{\varepsilon\mu - w}{c^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}w\right)}\left[(\vec{u},\nabla) + \frac{\partial}{\partial t}\right]^2\right\}\vec{A} = 0 , \qquad (17)$$

$$\operatorname{div}\vec{A} - \frac{\varepsilon\mu - w}{c^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)w}\left[(\vec{u},\nabla) + \frac{\partial}{\partial t}\right](\vec{u}\vec{A}) = 0 . \qquad (18)$$

Будем искать решение уравнения (17) при условии (18) в виде плоской электромагнитной волны

$$\vec{A} = \vec{A}_0 \exp\{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})\} .$$

Подставляя это выражение в (17), получим

$$\left\{\left[k^2 - w\frac{\omega^2}{c^2}\right] - \frac{\varepsilon\mu - w}{c^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}w\right)}(\omega - \vec{k}\vec{u})^2\right\}\vec{A}_0 \exp\left\{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})\right\} = 0 . \qquad (19)$$

Из (19) видно, что амплитуда $\vec{A}_0$ плоской волны отлична от нуля для волн, у которых выполнено следующее условие взаимосвязи волнового вектора $\vec{k}$ и частоты ω :

$$k^2 - w\frac{\omega^2}{c^2} - \gamma^2(\varepsilon\mu - w\varepsilon_0\mu_0)(\omega - \vec{k}\vec{u})^2 = 0 . \qquad (20)$$

Дополнительное условие для такой волны принимает вид

$$\vec{A}_0[\vec{k} + \gamma^2(\varepsilon\mu - w\varepsilon_0\mu_0)(\omega - \vec{k}\vec{u})\vec{u}] = 0 . \qquad (21)$$

В уравнения (20) и (21) входят скалярное произведение $\vec{k}\vec{u}$ и значение отношения w . Это значит, что условия распространения волны зависят от того, какой угол составляет волновой вектор $\vec{k}$ со скоростью среды $\vec{u}$ и в каком отношении к системе отсчета находится событие. Следовательно, свет сложным образом увлекается движущейся системой отсчета. Получим в явном виде выражение для фазовой скорости света в системе отсчета в зависимости от отношения для случая малых скоростей движения системы отсчета. Будем считать, что $\frac{u}{c}$ является малой величиной и опустим в (20) все степени $\frac{u}{c}$ выше первой. Получим

$$\omega^2 - 2(\vec{k}\vec{u})\left(1 - w\frac{\varepsilon_0\mu_0}{\varepsilon\mu}\right)\omega - \frac{k^2}{\varepsilon\mu} = 0 .$$

Решим квадратное уравнение относительно ω. Получим

$$\frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} + u\cos\theta\left(1 - \frac{w}{n^2}\right) .$$

Величина $\frac{\omega}{k}$ определяет фазовую скорость света в системе отсчета. Она различна в различных направлениях и зависит от отношения.

Используем полученное соотношение для анализа одной модельной задачи. Пусть в системе координат K в вакууме движется плоский слой диэлектрика конечной толщины, прохождение света через который рассматривается как переход в систему координат K', покоящуюся относительно диэлектрика. Заменим диэлектрик некоторой областью в системе координат K, полагая, что в ее пределах показатель преломления постоянен и равен единице, а отношение меняется от значения $w_1 = 1$ до $w_1 = 0$. Тогда значение фазовой скорости в K до перехода в систему отсчета K' равно c. Это означает, что скорость света в вакууме в системе K относительно покоящегося наблюдателя равна c. Увлечение света системой отсчета K' приводит к тому, что на конечной стадии перехода в нее скорость света в вакууме в системе координат K' равна

$$v_{\phi}^{k} = c + u\cos\theta$$

Такой вывод согласуется с интуитивными представлениями, что система отсчета K' стала вторичным источником света, причем относительно ее скорость света в вакууме равна c, а скорость в K получается сложением согласно преобразованиям Галилея.

Литература

1. Эйнштейн А. Собр. научн. трудов, т. I, М., "Наука", 1965.
2. Фок В.А. Изв. АН СССР, сер. физ. 1966, 30, 1229.
3. Иваницкая О.С. Обобщенные преобразования Лоренца и их применение Мн., "Наука и техника", 1969.
4. Родичев В.И. Эйнштейновский сборник 1974 г. М., "Наука", 1976.
5. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М., "Наука", 1976.
6. Паули В. Теория относительности. М., Гостехиздат, 1947.
7. Тоннела М.А. Основы электромагнетизма и теории относительности. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
8. Papas C.H. Theory of Electromagnetic Wave Propagation. N.Y., McGraw-Hill, 1965.

ФИЗИКА И ТЕХНИКА АЭРОТЕРМООПТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
УПРАВЛЕНИЯ И ДИАГНОСТИКИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Сборник научных трудов

Редактор Царькова В.И. Худ. редактор Гуцева Э.Б.
Техн. редактор Шейбак З.В. Корректор Сауляк С.И.

Подписано в печать 10.0[illegible].81. АТ 20546.
Формат 60x84 1/16. Бумага типографская №2. Печать офсетная.
Печ.л. 12. Уч.-изд.л. 10. Тираж 300 экз. Заказ 221.
Цена 1 руб. 50 коп.

Редакционно-издательский отдел Института тепло- и массообмена имени А.В.Лыкова АН БССР

Отпечатано на ротапринте Института тепло- и массообмена имени А.В.Лыкова АН БССР, Минск, Подлесная, 15