

EESTI TEADUSTE AKADEEMIA

**FÜÜSIKA
INSTITUUDI
UURIMUSED**

АКАДЕМИЯ НАУК ЭСТОНИИ

ТРУДЫ ИНСТИТУТА ФИЗИКИ

ISSN 0134-627 X

66

**КВАЗИГРУППЫ И
НЕАССОЦИАТИВНЫЕ
АЛГЕБРЫ
В ФИЗИКЕ**

TARTU 1990 TARTU

Труды Института физики АН Эстонии, т. 66, 230-232, 1990
Transactions of the Institute of Physics of the Estonian
Acad. Sci., v. 66, 230-232, 1990.

НЕАССОЦИАТИВНОСТЬ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ СРЕД

В.Н.Барыкин

Показано, что модель электромагнитных явлений, допускающая зависимость скорости поля от скорости источника, индуцирует дупу пространственно-временных преобразований, а учет скалярного фактора неассоциативности ведет к обобщению неевклидовского закона сложения скоростей.

В работах [1-3] для описания электромагнитного поля в движущейся среде предложена следующая система уравнений

$$\left(\partial_k + A \frac{\partial w}{\partial x^k}\right) \tilde{H}^{ik} = \tilde{S}^i, \quad \partial_{[k} F_{mn]} = 0, \quad \tilde{H}^{ik} = Y_0 \tilde{\Lambda} \chi^{ikmn} F_{mn},$$

$$\chi^{ikmn} = 0,5 (\Omega^{im} \Omega^{kn} - \Omega^{in} \Omega^{km}), \quad g^{im} = \text{diag}(1, 1, 1, w),$$

$$\Omega^{im} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \left[g^{im} + \left(\frac{\epsilon \mu}{w} - 1 \right) u^i u^m \right], \quad u^i = \frac{\partial x^i}{\partial g},$$

$$u^i = (1-w) u_{\text{ист}}^i + w u_{\text{ср}}, \quad w = 1 - \exp[-P_0(n-1)],$$

$$P_0 = 5 \cdot 10^4, \quad A = 1.$$

Здесь P_0 , A - эмпирические константы, w - новая физическая характеристика, названная отношением, $u_{\text{ист}}$ - скорость источника, $u_{\text{ср}}$ - скорость среды, n - показатель преломления.

Решения нелинейной по w полной системы уравнений дают для групповой скорости поля $\vec{v}_g$ зависимость [3]

$$\vec{v}_g = \frac{c}{n} \frac{\vec{\kappa}}{\kappa} + \left(1 - \frac{w}{n^2}\right) [\vec{u}_{\text{ист}}(1-w) + w \vec{u}_{\text{ср}}].$$

При $w=0$ имеем галилеевский закон сложения скорости поля со скоростью источника, при $w=1$ - известный коэффициент частотного увлечения света средой.

Нетрудно показать [3], следуя работам Г.Вейля, Ф.Коттле-

ра, А.Картана, Д.Данцига, Е.Поста, что, с одной стороны, указанная система инвариантна относительно произвольных невырожденных голономных преобразований — группы $Diff(\mathcal{V})$, с другой стороны, от метрики и связности зависят только материальные уравнения — взаимосвязь полей F_{mn} и H^{ik} . Назовем группу симметрии полной системы уравнений внешней и обозначим ее G_{out} . Тогда $G_{out} = Diff(\mathcal{V})$.

Определим внутреннюю симметрию уравнений электродинамики как группу движений G_{mov} риманова пространства, ассоциированного с тензором четвертого ранга χ^{ikmn} . Для пространства постоянной кривизны, используемого нами, $G_{in} = G_{mov} = SO(4)$.

Объединим точки анализируемого риманова пространства в классы эквивалентности по группе изотропии $H = SO(3,1)$. Получим однородное редуктивное пространство $F = SO(4,1)/SO(3,1)$. Их категория, как показал М.А.Сабинин, эквивалентна категории луп. Следовательно, электродинамика посредством однородного пространства G/H левых смежных классов группы внутренней симметрии G_{in} по группе изотропии H индуцирует лупу преобразований. Найдем ее.

Симметричный анализ показал, что при произвольном $w = const$, предложенная система уравнений электродинамики форминвариантна относительно преобразований координат и времени

$$x' = \gamma(x - vt), y' = y, z' = z, t' = \gamma(t - xv/c^2),$$

где $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. При $w = 0$ имеем группу Галилея, при $w = 1$ — группу Лоренца. Реализуем их синтез. Зададим

$$g = \gamma \begin{pmatrix} 1 & v \\ vw/c^2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для обратной матрицы имеем $g^{-1} = g \begin{pmatrix} * & * \\ * & * \end{pmatrix} = -v$. для единицы — $e = g/v = 0$.

Примем следующее правило умножения элементов преобразований:

- проведем матричное умножение;
- заменим в g , h величины w_i, w_j соответственно их полусуммой $w_{ij} = 0,5(w_i + w_j)$.

Тогда $(gh)k \neq g(hk)$. Отсюда следует закон сложения

скоростей, содержащий фактор неассоциативности w_{ij} :

$$V_{ij} = \frac{V_i + V_j}{1 + V_i V_j w_{ij} / c^2},$$

$$V_{ij,k} = \frac{V_i + V_j + V_k + V_i V_j V_k w_{ij} / c^2}{1 + V_i V_j w_{ij} / c^2 + (V_i + V_j) V_k w_{ij,k} / c^2},$$

$$V_{ijk} = \frac{V_i + V_j + V_k + V_i V_j V_k w_{jk} / c^2}{1 + V_j V_k w_{jk} / c^2 + (V_j + V_k) V_i w_{ijk} / c^2}.$$

Задавая различные правила образования w_{ij} , в частности зависимость от количества и структуры элементов множества преобразований, приходим к гибкой операции умножения.

Поступила в редакцию

30 августа 1989 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барыкин В.Н. // Препринт № I, ИТМО АН БССР. 1982. С. 56.
2. Барыкин В.Н. // Препринт № 16. ИТМО АН БССР. 1983. С. 56.
3. Барыкин В.Н. // Препринт № 16. ИТМО АН БССР. 1989. С. 49.

NONASSOCIATIVITY IN NONLINEAR ELECTRODYNAMICS OF MEDIA

V.N. Barykin

It is demonstrated that the model of electromagnetic phenomena where the dependence of the field propagation velocity on the velocity of source is allowed, induces a loop of space-time transformations. The allowance for the scale factor of nonassociativity leads to a generalization of non-euclidean law of addition of velocities.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ "ТРУДОВ"

Ч.Б.ЛУЩИК (ПРЕДСЕДАТЕЛЬ),

Х.П.КЕРЕС, Х.Ф.КЯЭМБРЕ,

А.И.ЛАЙСААР

ОТВЕТСТВЕННЫЕ РЕДАКТОРЫ

Я.ЛЫХМУС и П.КУУСК

Академия наук Эстонии, Труды Института физики. 66. Квазигруппы и неассоциативные алгебры в физике. На русском и английском языках. Редакционно-издательский совет АН Эстонии, Таллинн. Редакторы Я.Лыхмус и П.Кууск. Подписано в печать 02.03.90. Бумага 60x84/16. Печатных листов 15,25. Условно-печатных листов 14,18. Учетно-издательских листов 11,49. Тираж 600. Заказ № 64. Цена 2 руб. 30 коп. Ротапринт АН Эстонии, 200001 Таллинн, бульвар Эстония, 7.

© Институт физики Академии наук Эстонии, 1990